

## Indice

<i>Prefazione</i>	9
<i>Introduzione:</i>	
<i>l'idea di dimostrazione e il metodo assiomatico</i>	17
I <i>Storia della teoria delle rette parallele</i>	34
1.1 Premessa	34
1.2 Gli <i>Elementi</i> di Euclide	35
1.3 La posizione del V postulato negli <i>Elementi</i>	40
1.4 Il V postulato presso i Greci	49
1.5 Il V postulato nel Rinascimento	53
1.6 L'opera di Girolamo Saccheri	54
1.7 L'opera di Adrien-Marie Legendre	63
1.8 I fondatori della geometria non euclidea	71
1.9 L'opera di Nikolaj Lobačevskij e János Bolyai	76
1.10 La diffusione della geometria non euclidea	80
1.11 L'indirizzo metrico-differenziale e la sua applicazione negli sviluppi delle geometrie non euclidee	82
1.12 L'indirizzo proiettivo negli sviluppi delle geometrie non euclidee	91
1.13 Prodromi delle geometrie non archimedee	93
II <i>La sistemazione hilbertiana della geometria</i>	101
2.1 Premessa	101

2.2	Gli assiomi di Hilbert	102
2.3	Il problema della continuità	107
2.4	Conseguenze degli assiomi di continuità	114
2.5	L'assioma di completezza lineare e i problemi di categoricità	116
2.6	Questioni di non contraddittorietà della geometria	121
2.7	Questioni di indipendenza	126
III	<i>La geometria iperbolica</i>	131
3.1	Premessa	131
3.2	Rette parallele e loro proprietà	134
3.3	Triangoli aperti	143
3.4	Angolo di parallelismo	145
3.5	Proprietà principali delle rette incidenti, parallele, iperparallele	150
3.6	Somma degli angoli di un triangolo e di un poligono	152
3.7	La teoria dell'area in geometria iperbolica	158
3.8	Fasci di rette e linee fondamentali della geometria iperbolica piana	161
3.9	Le proprietà dell'orisciclo <i>NO</i>	165
3.10	La geometria iperbolica dello spazio	169
3.11	Superfici fondamentali della geometria iperbolica dello spazio	171
3.12	Le proprietà dell'oriscera <i>NO</i>	172
3.13	Le funzioni trigonometriche dell'angolo di parallelismo	173
3.14	Ulteriori sviluppi della geometria iperbolica	177
3.15	Conclusioni	189
IV	<i>Il modello di Poincaré</i>	191
4.1	Premessa	191
4.2	Proprietà dei cerchi ortogonali	192
4.3	Il concetto di trasformazione	195
4.4	L'inversione circolare	197
4.5	Il birapporto	204
4.6	Il modello di Poincaré	207
4.7	Conclusioni	220
V	<i>La geometria di Riemann</i>	224
5.1	Premessa	224
5.2	La geometria sferica	227
5.3	Un modello di geometria sferica	233
5.4	La geometria ellittica	235
5.5	Modelli della geometria ellittica	238

5.6	Alcuni sviluppi della geometria ellittica piana	244
5.7	La somma degli angoli di un triangolo	247
5.8	L'area dei poligoni	250
5.9	Ulteriori sviluppi della geometria ellittica piana	252
5.10	La geometria ellittica dello spazio	258
5.11	Conclusioni	260
VI	<i>Altri sistemi geometrici</i>	262
6.1	Premessa	262
6.2	La geometria proiettiva	263
6.3	I modelli proiettivi delle geometrie non euclidee	266
6.4	La geometria non archimedea	275
6.5	Altri sistemi geometrici	286
VII	<i>Considerazioni conclusive</i>	294
7.1	Premessa	294
7.2	Il programma di Erlangen e la visione unitaria della geometria	295
7.3	Il problema della verità delle teorie geometriche	301
7.4	Geometria e spazio fisico	307
	<i>Bibliografia</i>	313
	<i>Indice analitico</i>	316